Faculté de Droit, Sciences économiques & de gestion
Le Mans Université

ANNEE 2023-2024
L1 Eco-gestion
Microéconomie
F. Karamé

## Exercice I

On demande à un agent économique de classer par ordre de préférence des paniers (désignés par des lettres majuscules) de 2 biens de consommation (biens 1 et 2). Les réponses fournies sont les suivantes :

$$\begin{array}{llll} A \sim B \sim K & C \sim M \sim N & L \sim K & C \succ B \\ H \sim I \sim S & F \sim G \sim E & D \sim O \sim M & Q \succ S \\ P \sim G \sim Q & S \succ M & O \succ L & J \sim R \sim S \end{array}$$

1. Définir des groupes de paniers qui "appartiennent" à une même courbe d'indifférence.
2. Établir la hiérarchie entre ces différentes courbes en termes de niveau de satisfaction obtenu par l'agent.
3. Les paniers A à S sont les couples suivants (la première coordonnée indique la quantité consommée de bien $1$, la seconde coordonnée indique la quantité consommée de bien 2) :

   $A = (2; 12), B = (3; 4), C = (7; 3), D = (3; 14), E = (12; 4), F = (10; 5); G = (7; 8); H = (3; 15), I = (4; 10), J = (7; 4); K = (6; 2); L = (12; 1), M = (5; 4), N = (12; 2), O = (4; 6), P = (6; 12), Q = (8; 6), R = (14; 3), S = (5; 6)$

   Représenter graphiquement les courbes d'indifférence. Quelles sont les remarques qui peuvent être faites sur la position et la forme de ces courbes ?

## Exercice II

Soient 2 paniers de biens, notés $A = (x_1^A; x_2^A)$ et $B = (x_1^B; x_2^B)$. On suppose vérifié l'axiome de non-saturation. Etant donné le point A, établissez pour les positions possibles du panier $B$, un régionnement du quadrant $(0; x_1; x_2)$ entre les zones pour lesquelles :

- $A$ est strictement préféré à $B$
- $B$ est strictement préféré à $A$
- L'individu est indifférent entre $A$ et $B$
- Il y a indétermination

## Exercice III

On observe 2 courbes d'indifférence continues dans le quadrant $(0; x_1; x_2)$. On suppose vérifiés les axiomes de transitivité et de non-saturation. Soient 3 paniers $A, B$ et $C$ figurant sur l'une ou l'autre de ces courbes. On constate d'une part que $A \sim B$ et d'autre part que $A \sim C$. Or $x_1^B > x_1^C$ et $x_2^B > x_2^C$. Les deux courbes d'indifférence peuvent-elles être celles d'un même consommateur ?

## Exercice IV

Soit un agent possédant une relation binaire $\succsim$ sur l'ensemble des paniers de 3 biens donnés. Cette relation est supposée complète, réflexive, transitive et vérifier l'axiome de non-saturation. Elle est telle que : $A \succsim B$ et $C \succsim D$ où $A = (2; 7; 25), B = (6; 1; 60), C = (5; 2; 55)$ et $D = (3; 7; 40)$.

Comment l'agent ordonne-t-il les paniers $E$ et $F$ où $E = (6; 1; 58)$ et $F = (6; 2; 55)$ ?

## Exercice V

Les préférences de Monsieur $i$ sont : $(8; 4) \succ (11; 3) \succ (1; 8) \succ (7; 2)$, celles de Monsieur $j$ sont : $(11; 3) \succ (7; 2) \succ (3; 5) \succ (2; 3) \succ (1; 8)$. Laquelle des 3 fonctions d'utilité suivantes représente les préférences de Mr $i$ ? de Mr $j$ ?

- $U(x_1; x_2) = x_1 x_2$
- $V(x_1; x_2) = x_1^{1/3} x_2^{1/6}$
- $W(x_1; x_2) = x_1^{2/5} x_2^{4/5}$

## Exercice VI

Montrer que les fonctions $V_2$ et $W_2$ ci-dessous représentent les mêmes préférences que, respectivement, les fonctions $V$ et $W$ ci-dessus :

- $V_2(x_1; x_2) = 2 \ln x_1 + \ln x_2$
- $W_2(x_1; x_2) = \ln x_1 + 2 \ln x_2$

## Exercice VII

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$

1. Donner l'équation de toute courbe d'indifférence du consommateur sous la forme $x_2 = \phi(x_1)$.
2. La fonction $\phi$ est-elle linéaire, (strictement) concave, (strictement) convexe ? Que peut-on en déduire sur les préférences du consommateur ?
3. Faîtes apparaître, dans le quadrant $(0; x_1; x_2)$, l'ensemble des paniers "faiblement préférés à" un panier $A$ quelconque. Quelle est la caractéristique de cet ensemble ?

## Exercice VIII

La fonction d'utilité d'un agent est $U(x_1; x_2) = \min \{2x_1 + 5; 5x_2\}$. Tracer les courbes d'indifférence. Que dire sur la nature des biens 1 et 2 ?

## Exercice IX

Soit la fonction d'utilité d'un agent $U(x_1;x_2) = x_1^{1/4}x_2^{1/2}$. Dans quelles proportions l'agent est-il prêt à échanger du bien 2 contre du bien 1 lorsque son panier est (5 ;10) ? (8 ;8) ? (9 ;3) ?

## Exercice X

Soit un consommateur dont le revenu est $R = 60$ envisageant d'acquérir des biens 1 et 2 dont les prix sont respectivement $p_1 = 2$ et $p_2 = 3$.

1. Déterminer l'équation précise de la droite de budget dans le quadrant $(0;x_1;x_2)$. Tracer la droite de budget.
2. Le consommateur est soumis à un rationnement $x_1 \leq D_1 = 24$. Déterminer les coordonnées de l'intersection de la contrainte de budget et de la contrainte de rationnement. Tracer le nouvel ensemble budgétaire du consommateur.

## Exercice XI

Soit un consommateur dont le revenu est R envisageant d'acquérir des biens 1 et 2 dont les prix sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Tracer l'ensemble budgétaire du consommateur dans le quadrant $(0;x_1;x_2)$.
2. Le consommateur est soumis à un rationnement $x_1 \leqslant D_1$ (où $D_1 \leqslant R/p_1$). Tracer le nouvel ensemble budgétaire du consommateur.
3. Le rationnement est toujours effectif, mais le consommateur peut se reporter sur le marché noir où il acquiert le bien 1 à un prix $p_1^{'}$ supérieur à $p_1$. Tracer le nouvel ensemble budgétaire du consommateur.
4. Le bien 1 n'est plus rationné mais une taxe $t$ par unité vendue est instaurée sur le bien 2. Tracer le nouvel ensemble budgétaire.
5. Il se développe alors un marché noir pour lequel, cette fois ci, les unités du bien 2 sont vendues moins cher, c'est-à-dire à l'ancien prix $p_2$. Cependant, les quantités que chaque consommateur peut acheter sur ce marché sont limitées : personne ne peut acquérir plus que $D_2$ (où $D_2 \leqslant R/(p_2+t)$). On suppose, en outre, que quiconque éprouve le besoin d'acquérir plus que $D_2$ choisira de s'approvisionner intégralement sur le marché officiel (quitte à devoir passer par le marché officiel, autant ne pas prendre le risque de passer par le marché noir). Tracer le nouvel ensemble budgétaire du consommateur.
6. Les biens 1 et 2 ne sont rationnés, ni taxés, mais une opération promotionnelle "13 à la douzaine" permet au consommateur d'obtenir une unité gratuite de bien 2 dès qu'il acquiert une quantité de bien 2 supérieure ou égale à 12 (que la quantité demandée de bien 2 soit un nombre entier ou réel). L'opération "13 à la douzaine" n'est pas répliquable (en d'autres termes, on n'obtient pas 2 unités gratuites lorsqu'on acquiert 24 unités de bien 2). Tracer le nouvel ensemble budgétaire du consommateur.
7. Le consommateur achète maintenant dans un magasin ne proposant que des lots contenant à la fois du bien 1 et du bien 2. Deux modalités d'achat de lots sont proposés : selon la 1ère modalité, le bien 1 est vendu au prix $p_1$ et le bien 2 est vendu au prix $p_2$. Selon la 2nde modalité, le bien 1 est vendu au prix $p_1^{'}$ et le bien 2 est vendu au prix $p_2^{'}$. On a $p_1^{'} > p_1$ et $p_2^{'} < p_2$. Le choix de la modalité d'achat est libre. Tracer l'ensemble budgétaire.
8. Dans le magasin décrit ci-dessus, une rupture de stock conduit à rationner la quantité de bien 1 que peut acquérir chaque consommateur au niveau $D_1 (R/p_1^{'} < D_1 < R/p_1)$.

Pour compenser ce désagrément, une opération promotionnelle est mise en place : au-delà d'une quantité acquise $D_2 (R/p_2 < D_2 < R/p_2^{'})$, le prix payé pour chaque unité de bien 2 dans le lot est $p_2^{''} < p_2^{'}$. Tracer le nouvel ensemble budgétaire.

## Exercice XII

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = x_1^{1/4} x_2^{3/4}$ et dont le revenu est $R$. Les prix des biens 1 et 2 sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Ecrire le programme du consommateur.
2. Résoudre le programme du consommateur en notant $x_1^\star$ et $x_2^\star$ les demandes optimales de biens (on suppose que la contrainte budgétaire du consommateur est saturée à l'optimum).
3. Application : $R = 40, p_1 = 1, p_2 = 2$.
4. Représenter graphiquement la décision optimale du consommateur.

## Exercice XIII

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = \min\{\frac{1}{2}x_1; x_2 - 3\}$ et dont le revenu est $R$. Les prix des biens 1 et 2 sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Ecrire le programme du consommateur.
2. Tracer les courbes d'indifférence du consommateur.
3. Déterminer la décision optimale du consommateur en vous aidant de l'analyse graphique.
4. Application : $R = 40, p_1 = 1, p_2 = 2$.
5. Tracer le chemin d'expansion du revenu.

## Exercice XIV

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = x_1 + x_2$ et dont le revenu est $R$. **Le bien 1 est un bien nécessaire, le bien 2 n'est pas un bien nécessaire**. Les prix de ces biens sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Donner l'équation de toute courbe d'indifférence du consommateur.
2. Ecrire le programme du consommateur.
3. Tracer les courbes d'indifférence du consommateur.
4. Résoudre graphiquement le programme du consommateur.
5. Application : $R = 18, p_1 = 1$ et $p_2 = 2$.

## Exercice XV

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = \exp(x_1) + x_2$ et dont le revenu est $R$. Les prix des biens 1 et 2, qui sont des biens nécessaires, sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Donner l'équation de toute courbe d'indifférence du consommateur.
2. Ecrire le programme du consommateur.
3. Tracer les courbes d'indifférence du consommateur.
4. Résoudre graphiquement le programme du consommateur.
5. Quelle pourrait être la solution si le bien 1 n'était pas un bien nécessaire ?

## Exercice XVI

Soit un consommateur dont la fonction d'utilité est $U(x_1; x_2) = x_1 x_2^4$ et dont le revenu est $R$. Les prix des biens 1 et 2 sont respectivement $p_1$ et $p_2$.

1. Ecrire le programme du consommateur et le résoudre (on suppose que la contrainte budgétaire du consommateur est saturée à l'optimum) : exprimer les demandes de biens 1 et 2 en fonction des prix et du revenu.
2. Déterminer la fonction d'utilité indirecte puis l'Utilité marginale du Revenu.
3. Calculer l'élasticité Revenu des demandes en biens 1 et $2$, puis leurs élasticités prix directes et croisées.
4. Application : $R = 80, p_1 = 1, p_2 = 32$.
5. Représenter graphiquement la décision optimale du consommateur.
6. Tracer, sur un nouveau graphique, le chemin d'expansion du revenu (on choisira de faire figurer les couples de consommations optimales relatifs aux niveaux de Revenu 40, 80 et 120).
7. Tracer, sur un nouveau graphique, la courbe d'Engel relative au bien 1 (on utilisera les mêmes niveaux de revenus que dans la question précédente.
8. Supposons que le prix du bien 1 passe de $p_1 = 1$ à $p_1' = 2$. Faîtes figurer graphiquement l'effet substitution et l'effet revenu induits par cette modification du prix du bien 1.

## Exercice XVII

La fonction d'utilité d'un agent est définie sur sa consommation d'un bien composite, notée $c$, et sur sa consommation de loisir, notée $(\ell_0 - \ell)$, par :

$$U[c; (\ell_0 - \ell)] = c^{1/2}(\ell_0 - \ell)$$

Le prix du bien de consommation est $p$. Le prix horaire du travail $\ell$ est $w$. L'agent dispose, en outre, d'un revenu non salarial $R$.

1. Ecrire sous deux formes différentes (mais équivalentes) la contrainte budgétaire de l'agent : l'une des deux formes devant faire apparaître explicitement la consommation du bien "loisir".
2. Représenter graphiquement "l'ensemble budgétaire" dans un repère avec la quantité de bien consommée en abscisse et la quantité de loisir consommée en ordonnée.
3. Ecrire le programme du consommateur en fonction des variables $c$ et $\ell$. On suppose la contrainte budgétaire de l'agent saturée à l'optimum. Résoudre ce programme : Déterminer explicitement la demande de bien de consommation, l'offre de travail et la demande de loisir.
4. La dotation mensuelle totale en temps est $\ell_0 = 720$ heures, le salaire horaire est $w = 6$ et le prix du bien composite est $p = 10$. Déterminer puis représenter graphiquement la décision optimale de l'agent lorsque le revenu non salarial $R$ est nul.
5. Même question lorsque le revenu non salarial $R$ est égal à 360. De quelle ampleur est la variation de l'offre de travail de l'agent ?

## Exercice XVIII

La fonction d'utilité d'un agent est définie sur sa consommation présente, notée $x_1$, et sa consommation future, notée $x_2$, par : $U(x_1; x_2) = x_1^{5/9} x_2^{4/9}$. Le prix du bien de consommation aujourd'hui est $p_1$, le prix du bien de consommation demain est $p_2$. Le revenu de l'agent aujourd'hui est $R_1$, le revenu de l'agent demain est $R_2$. L'agent peut emprunter ou prêter de l'argent à un taux d'intérêt unique $r$. On notera $S$ le montant de l'épargne ($S \geqslant 0$) ou de l'emprunt ($S \leqslant 0$) réalisé par l'agent en début de période 1.

1. Ecrire les contraintes budgétaires des périodes 1 et 2. En déduire la contrainte budgétaire intertemporelle en valeur présente.
2. Représenter avec précision (c'est à dire en indiquant clairement l'abscisse et l'ordonnée à l'origine ainsi que le point de dotation initiale en ressource $D$) l'ensemble budgétaire de l'agent dans un repère avec la consommation présente en abscisse et la consommation future en ordonnée.
3. Résoudre le problème du consommateur (on suppose la contrainte budgétaire intertemporelle saturée à l'optimum) : exprimer les valeurs à l'optimum de $x_1, x_2, S$.
4. Comment varie la consommation de seconde période lorsque le prix de première période s'accroît ? Est-ce intuitif ? Comment l'expliquez-vous ?
5. Application de la question 3 : $r = 0,1; p_1 = 1; p_2 = 1,026; R_1 = 26800$ e ; $R_2 = 22000$ e. Représenter graphiquement.

## Exercice XIX

Un vigneron cueille le raisin (la quantité cueillie est dénotée $Q$) à la main au rythme maximal suivant : 250 kg la 1ere heure, 210 kg la 2nde heure, 160 kg la 3eme heure, 100 kg la 4eme heure, 30 kg la 5eme heure, etc... Le nombre d'heures de travail est désigné par la variable $x$.

Tracer l'ensemble des possibilités de « production » (cueillette) du vigneron.

## Exercice XX

Une firme produit un bien $Q$ grâce à la technologie $f(x_1; x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$ avec $x_1$ et $x_2$ les quantités des 2 inputs

1. Donner l'équation de tout isoquant
2. La productivité marginale du facteur 1 est-elle croissante, décroissante, constante ? Même question pour le facteur 2.
3. Les rendements d'échelle sont-ils croissants, décroissants, constants ?

## Exercice XXI

Une firme produit un output $Q$ à partir de deux inputs dont les quantités utilisées sont désignées par les variables $x_1$ et $x_2$. Les prix de ces facteurs de production sont respectivement $w_1$ et $w_2$. La fonction de production est : $Q = f(x_1; x_2) = x_1^{3/4} x_2^{1/4}$.

1. Ecrire le programme du producteur (optimalité "technique").
2. Déterminer les demandes optimales d'inputs utiles à la production d'un niveau cible $Q$ d'output (On supposera que la contrainte est saturée à l'optimum).
3. Application : $w_1$ = 48 et $w_2$ = 16.

4. On considère désormais $Q$ comme une variable. Déterminer la fonction de coût total de la firme puis les fonctions de Coût Moyen et de Coût marginal.
5. Tracer avec précision les fonctions de Coût moyen ($C_M(Q)$) et de Coût marginal ($C_m(Q)$).

## Exercice XXII

Une firme produit un bien $Q$ grâce à la technologie $f(x_1; x_2) = x_1^{1/4} x_2^{1/4}$ et en supportant un coût fixe égal à 75. Les prix des inputs sont $w_1 = 1/6$ et $w_2 = 1/6$.

1. Ecrire le programme permettant d'établir la combinaison optimale des facteurs de production par la firme (en n'oubliant pas le coût fixe).
2. Exprimer les demandes de facteurs.
3. Déterminer la fonction de coût total de la firme. Etablir la distinction entre la part variable du Coût total ($CV(Q)$) et le coût Fixe ($CF$). Déterminer les fonctions de Coût Moyen ($CM(Q)$), de Coût Variable Moyen ($CVM(Q)$) et de Coût marginal ($C_m(Q)$).
4. Pour quelle valeur de $Q$ le Coût Moyen passe-t-il par un minimum ? Tracer avec précision les fonctions de Coût Moyen, de Coût Variable Moyen et de Coût marginal. Vérifier que le Coût marginal passe effectivement par le minimum du Coût Moyen.

NB : A partir de la fonction de production (et le montant du coût fixe éventuel), on peut retrouver toutes les fonctions de coût. Pour cela il faut résoudre le programme technique du producteur.

## Exercice XXIII

La fonction de Coût Total d'une firme est $C(Q) = \frac{Q^3}{4} + 108$

1. Déterminer les fonctions de Coût Moyen ($C_M(Q)$), de Coût Variable Moyen ($CV_M(Q)$) et de Coût marginal ($C_m(Q)$).
2. Pour quelles valeurs de $Q$ le Coût Moyen et le Coût Variable Moyen passent-t-il par un minimum ? Tracer avec précision les fonctions de Coût Moyen, de Coût Variable Moyen et de Coût marginal. Vérifier que le Coût marginal passe effectivement par les minima du Coût Moyen et du Coût Variable Moyen.

NB : Ici, on nous donne directement la fonction de coût

## Exercice XXIV

Une firme produit un bien $Q$ grâce à la technologie $f(x_1; x_2) = x_1^{\frac{1}{6}} x_2^{\frac{1}{6}}$ et en supportant un coût fixe égal à $\frac{16}{3}$. Les prix des inputs sont respectivement $w_1$ et $w_2$.

1. Ecrire le programme établissant la combinaison optimale des facteurs de production par la firme et le résoudre. Les prix des inputs sont désormais définitivement fixés à $w_1 = 1/6$ et $w_2 = 1/6$.
2. Déterminer la fonction de coût total de la firme.
3. La firme est price-taker : le prix p de l'output s'impose à elle. Déterminer la fonction d'offre de la firme. La représenter graphiquement.

## Exercice XXV

La fonction de coût total d'une firme est $C(Q) = \frac{1}{3}Q^2 + 27$. La firme est price-taker : le prix $p$ de l'output s'impose à elle. Déterminer la fonction d'offre de la firme. La représenter graphiquement.

## Exercice XXVI

Un bien homogène désigné par $Q$ est produit par deux types de firmes possédant des technologies différentes ; il y a, à court terme, 2 firmes de type $A$ et 6 firmes de type $B$. Les fonctions de coût de ces firmes sont :

- Firmes de type $A$ : $C(Q) = Q^2 + 1$
- Firmes de type $B$ : $C(Q) = 3Q^2 + 3$

Le fonctionnement du marché est de type concurrentiel.

1. Déterminer la fonction d'offre de chacune des firmes.
2. Quelle est la technologie la plus efficace ?
3. Déterminer la fonction d'offre globale et la représenter graphiquement.
4. A court terme : la demande globale est $Q_d(p) = 18 - \beta p, (\beta > 0)$. Discuter de l'existence d'un équilibre en fonction de la valeur de $\beta$ (on s'aidera d'une représentation graphique). Déterminer les équilibres lorsqu'ils existent.
5. Application : Déterminer les quantités produites par chaque firme lorsque $\beta = 1/2$, puis lorsque $\beta = 5$.
6. A long terme : seule la technologie la plus efficace subsiste. Déterminer le nombre de firmes présentes à long terme pour $\beta = 5$, ainsi que le prix et la quantité produite.

## Exercice XXVII

La fonction de Coût Total de chaque firme d'un secteur d'activité en Concurrence Pure et Parfaite est

$$C(Q) = \frac{Q^3}{6} - \frac{2Q^2}{3} + \frac{20Q}{3}$$

1. Court Terme : Le prix auquel chaque firme peut vendre le bien est $p = \frac{43}{6}$. Quelle quantité va produire chaque firme ? Pour quel profit ?
2. Long Terme : Nous supposons que toutes les firmes présentes en longue période ont une technologie identique, représentée par la fonction de Coût ci-dessus. Quelle quantité produira chaque firme à l'optimum de Long Terme ? A quel prix ?
3. Equilibre de Long Terme : La demande au marché s'exprime comme $Q^d(p) = 230 - 5p$. Combien de firmes seront présentes ?

## Exercice XXVIII

Sur un marché, l'offre et la demande sont caractérisées par :

$$\begin{aligned} S(p) : &\quad q = 1 + p \\ D(p) : &\quad q = 2 - p \end{aligned}$$

1. Calculer le prix d'équilibre $p^\star$ et les quantités échangées à l'équilibre, $q^\star$.
2. Supposons que le marché ne soit pas équilibré. On admet que dans une situation de déséquilibre le prix augmente si et seulement si la demande est supérieure à l'offre (demande excédentaire positive). Plus formellement on admet que le prix est mis à jour à l'aide de la récurrence suivante :

   $$p_{t+1} = p_t + \alpha(D(p_t) - S(p_t))$$

   Déterminer le point fixe de cette récurrence, c'est-à-dire le prix $\overline{p}$ tel que $\overline{p} = \overline{p} + \alpha(D(\overline{p}) - S(\overline{p}))$. Comparer $\overline{p}$ et $p^\star$.

3. Supposons que le prix initial $p_1$ soit différent de $\overline{p}$. Exprimer $p_t$ en fonction de $p_0$ et $\alpha$.
4. Montrer que la chronique de prix converge de façon monotone vers $\overline{p}$ si $0 < \alpha < \frac{1}{2}$.
5. Quelles sont les prédictions du modèle si $\alpha$ est en dehors de cet intervalle ?

## Exercice XIX

Soit une économie comportant 2 agents : un producteur et un consommateur, un bien de consommation unique noté $x$ et du travail noté $\ell$. La technologie de production du bien est donnée par la fonction $x = 2\ell^{1/2}$. La fonction d'utilité du consommateur est $U(x; \ell) = x\,(16 - \ell)$. Le prix unitaire du bien est noté $p$ et le salaire horaire $w$.

1. Résoudre le programme du producteur. Déterminer les fonctions d'offre et de demande du producteur, $x^S(w, p)$ et $\ell^D(w, p)$, ainsi que la fonction de profit $\pi(w, p)$.
2. On suppose que les profits réalisés par le producteur sont entièrement redistribués au consommateur et s'ajoutent à son salaire. Ecrire la contrainte budgétaire du consommateur. Résoudre le programme du consommateur. Déterminer son offre de travail $\ell^S(w, p)$ ainsi que sa demande de bien $x^D(w, p)$.
3. Déterminer le prix relatif d'équilibre et les quantités échangées sur le marché des biens et le marché du travail.