

UNIVERSITÉ DU MAINE  
L2 ECONOMIE-GESTION, SAF ET MATH  
L3 PASSERELLE  
INTRODUCTION À L'ÉCONOMÉTRIE  
SESSION 2 2015/2016

F. Karamé

AUCUN DOCUMENT, CALCULATRICE OU TELEPHONE PORTABLE AUTORISES.

**EXERCICE 1**

Soit le modèle standard  $y = X\beta + \varepsilon$  avec  $\mathbb{E}(\varepsilon) = 0$  et  $\mathbb{V}(\varepsilon) = \sigma^2 I_N$ .

1. Rappeler la définition de  $\hat{\beta}$ , l'estimateur des MCO (sans la démontrer).
2. Rappeler sa condition d'existence. L'expliquer en termes simples.
3. Montrer que  $\hat{\beta}$  est sans biais et convergent (en prenant soin de bien énoncer les hypothèses permettant d'obtenir ses propriétés).

**EXERCICE 2**

Soit un échantillon de  $N$  observations portant sur une population d'étudiants. On cherche à expliquer les résultats obtenus à un examen. Pour cela, on pose le modèle suivant :

$$notes_i = a + b \times moyenne\_precedente_i + c \times travail\_perso_i + d \times garcon_i + e \times fille_i + \varepsilon_i$$

avec :

- $notes_i$  la note obtenue à l'examen par l'individu  $i$ ,
- $moyenne\_precedente_i$  la moyenne générale obtenue l'année précédente par  $i$ ,
- $travail\_perso_i$  le nombre d'heures de travail personnel de  $i$ ,
- $garcon_i$  une variable indicatrice qui vaut 1 si  $i$  est un garçon et 0 sinon,
- $fille_i$  une variable indicatrice qui vaut 1 si  $i$  est une fille et 0 sinon,
- $(a, b, c, d, e)$  le vecteur des paramètres inconnus à estimer,
- $\varepsilon_i$  la perturbation aléatoire associée à l'observation  $i$ .

1. Interpréter les paramètres  $b$  et  $c$ . Quels sont les signes attendus ?
2. Le modèle vous paraît-il estimable par les MCO ? Justifiez.
3. Si ce n'est pas le cas, proposez une modification du modèle ainsi qu'une interprétation claire des paramètres du modèle que vous aurez choisi.

**EXERCICE 3**

On veut modéliser le prix du carburant à la pompe pour un échantillon en données annuelles. Pour cela, on commence par poser le modèle suivant :

$$prix\_pompe_t = a + b \text{ prix\_baril}_t + \varepsilon_t$$

avec :

- $prix\_pompe_t$ , le prix du litre de carburant à la pompe (en dollars),
- $prix\_baril_t$ , le prix du baril de pétrole (en dollars).

Les résultats de l'estimation par les MCO (sur la période 1991-2015) sont les suivants :

$$prix\_pompe_t = 1.54 + 0.56 \text{ } prix\_baril_t + \hat{\epsilon}_t$$

(0.40)      (0.10)

avec les écart-types estimés entre parenthèses et  $SCR = 0.5$ .

1. Interpréter l'estimation de  $b$ . Le résultat est-il conforme à l'attente ?
2. Tester la significativité de  $b$  (formulez les hypothèses, la statistique de test, la loi suivie et ses degrés de liberté et la règle de décision). Conclure.

On cherche maintenant à savoir si l'effet du prix du baril sur le prix à la pompe est identique pendant les périodes de hausse ou de baisse du prix du baril. Pour cela, on construit deux nouvelles variables :

- $prix\_baril_t^+$  qui vaut  $prix\_baril_t$  quand le taux de croissance du prix du baril est positif (et 0 sinon),
- $prix\_baril_t^-$  qui vaut  $prix\_baril_t$  quand le taux de croissance du prix du baril est négatif (et 0 sinon),

et on veut estimer le modèle suivant :

$$prix\_pompe_t = a + b^+ \text{ } prix\_baril_t^+ + b^- \text{ } prix\_baril_t^- + u_t$$

3. Construire les variables explicatives du modèle en complétant le tableau suivant pour les premières observations.

Observation	Prix du baril	Taux de croissance (%)		
$t$	$prix\_baril_t$	$\Delta prix\_baril_t$	$prix\_baril_t^+$	$prix\_baril_t^-$
1990	1.52	-		
1991	1.53	+1		
1992	1.59	+4		
1993	1.35	-15		
1994	1.20	-11		
1995	1.50	+25		
...	...	...		

Les résultats de l'estimation par les MCO (sur la période 1991-2015) sont les suivants :

$$prix\_pompe_t = 1.52 + 0.86 \text{ } prix\_baril_t^+ + 0.26 \text{ } prix\_baril_t^- + \hat{u}_t$$

(0.40)      (0.16)      (0.02)

avec les écart-types estimés entre parenthèses et  $SCR = 0.25$ .

4. Décrire le mécanisme que l'on cherche à capturer. A première vue, les résultats semblent-ils conformes à l'hypothèse formulée ?
5. Tester l'absence d'effet différencié à la hausse et à la baisse (formulez les hypothèses, le nombre de contraintes, les modèles contraint et non contraint, la statistique de test, la loi suivie et ses degrés de liberté et la règle de décision). Conclure.