

**Université du Maine**  
**Année universitaire 2014-2015**  
**Licence 2 Economie & Gestion**  
**Cours d'Econométrie**  
**F. Karamé**  
**Interrogation écrite**

**La qualité de la rédaction, de la présentation et des raisonnements participent au calcul des points.**

**Questions de cours**

Complétez les affirmations suivantes de manière mathématique, puis de manière synthétique :

1. La convergence en probabilités d'un estimateur : .... C'est comme si ...
2. La convergence en loi d'un estimateur : .... C'est comme si ...
3. Un estimateur est efficace si .... . Cela revient à dire que ...
4. X est de plein rang colonne : ... Cela revient à dire que ...

**Exercice**

Soit le modèle économétrique standard :

$$y = X\beta + \varepsilon$$

1. Montrer que  $\hat{\beta} = \beta + (X'X)^{-1}X'\varepsilon$ .
2. En déduire que  $\hat{\beta}$  est sans biais (rappeler les hypothèses lorsqu'elles interviennent dans le calcul).
3. En déduire que la matrice de variances-covariances de  $\hat{\beta}$  sous les hypothèses standards est égale à  $\sigma^2(X'X)^{-1}$ .
4. En déduire que  $\hat{\beta}$  est convergent en probabilités.
5. En déduire la convergence en loi de  $\hat{\beta}$ .
6. Montrez que si  $H_0$  est vérifiée,  $\hat{\beta}$  suit une loi normale. Justifier.